

Textaufgaben quadratische Funktionen

Aufgabe 1:

Ein Springbrunnen erzeugt einen Wasserstrahl von maximal 3m Höhe. Im Abstand von 2m von der Austrittsöffnung trifft er auf die Wasseroberfläche des Brunnens.

Ina steht 1,5m weit von der Austrittsöffnung entfernt und möchte mit einem Becher das Wasser auffangen. In welcher Höhe muss sie den Becher halten, damit der Strahl den Becher trifft?

Aufgabe 2:

Beim Kugelstoßen beschreibt die Kugel eine parabelförmige Flugbahn. Die Kugel verlässt die Hand des Kugelstoßers in einer Höhe von 2m über dem Erdboden und erreicht nach 4m (horizontal vom Abwurfpunkt gemessen) seine maximale Höhe von 5,84m.

- a) Welche Weite hat der Kugelstoßer erzielt?
- b) Wie weit vom Abwurfpunkt entfernt hat die Kugel eine Höhe von 0,75m?

Aufgabe 3:

Gesucht werden zwei Zahlen, deren Differenz 2 ist. Das Produkt der Zahlen soll einen möglichst kleinen Wert ergeben, welche Zahlen sind das?

Lösungen:

Aufgabe 1:

- a) **Scheitelpunkt:** höchster Punkt in 3m Höhe, Nullstelle: $x = 2$
dann ist der Scheitelpunkt bei $S(1|3)$ (da die Parabel symmetrisch ist und der Scheitelpunkt in der Mitte zwischen den Nullstellen liegt)

Funktionsgleichung: $f(x) = a(x-1)^2 + 3$

Bestimmung von a : über einen bekannten Punkt (\Rightarrow Nullstelle $N(0|2)$)

$$0 = a(2-2)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow -3 = a$$

Funktionsgleichung: $f(x) = -3(x-1)^2 + 3$

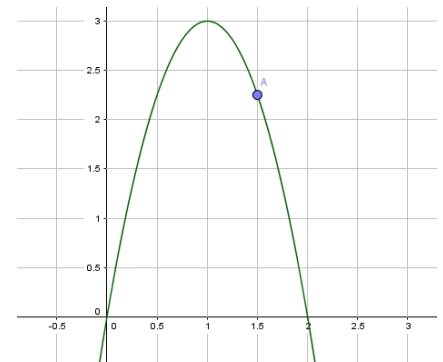
- b) Bestimmung der Höhe in der Ina den Becher halten muss: für $x = 1,5$
Punkt suchen durch einsetzen in die Funktionsgleichung:

$$y = -3(1,5 - 1)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow y = -3(0,5)^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow y = 2,25$$

Ina muss den Becher in einer Höhe von 2,25m halten.



Aufgabe 2:

- a) Aufstellung der Funktionsgleichung:

Scheitelpunkt: $S(4|5,84)$

Weiterer bekannter Punkt: Stelle an der die Kugel frei fliegt: $P(0|2)$

$$f(x) = a(x-4)^2 + 5,84$$

$$\Leftrightarrow 2 = a(0-4)^2 + 5,84$$

$$\Leftrightarrow 2 = 16a + 5,84$$

$$\Leftrightarrow -0,24 = a$$

$$f(x) = -0,24(x-4)^2 + 5,84$$

Erzielte Weite: Nullstellen berechnen:

$$f(x) = -0,24(x-4)^2 + 5,84$$

$$0 = -0,24(x-4)^2 + 5,84$$

$$\Leftrightarrow 0 = -0,24(x^2 - 8x + 16) + 5,84$$

$$\Leftrightarrow 0 = -0,24x^2 - 1,92x - 3,84 + 5,84$$

$$\Leftrightarrow 0 = -0,24x^2 - 1,92x + 2$$

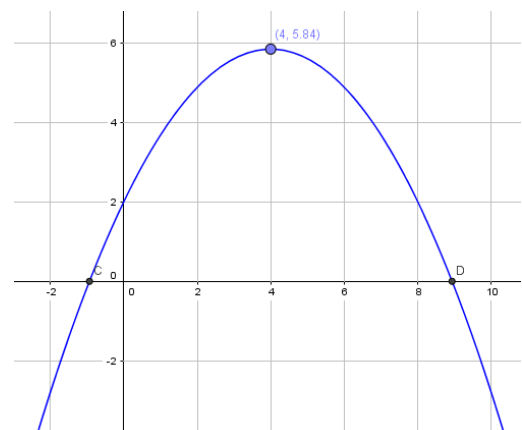
$$\Leftrightarrow 0 = x^2 + 8x - 8,33$$

Nullstellen über pq-Formel berechnen:

$$x_1 = -0,93 \quad x_2 = 8,93$$

Die Wurfweite beträgt 8,93m

- b) Zweite Nullstelle gibt an wo der Werfer steht: $x = -0,93$, nämlich 0,93m links von der Stelle, ab der die Kugel losgelassen wurde (frei fliegt).



Aufgabe 3:

- a) **Größen zuordnen:** 2 Zahlen: $x = \text{erst Zahl}$
 $y = \text{zweite Zahl (Subtrahend)}$
 Produkt aus den beiden Zahlen $z = \text{Produktwert}$
- b) **Gleichungen aufstellen:** $x - y = 4$
 $x * y = z$
- c) **Quadrat. Gleichung ermitteln;** Einsetzungsverfahren:
 $x - y = 4 \Leftrightarrow x = 4 + y$
 einsetzen: $(4 + y) * y = z$
- d) **Aufstellen der quadr. Gleichung:** $4y + y^2 = z$
 $z = y^2 + 4y$
 Scheitelpunktform: $z = y^2 + 4y$
 $z = y^2 + 4y + 4 - 4$
 $z = (y + 4)^2 - 4$
 $S(-4|-4)$
 Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt der nach oben geöffneten Parabel (Formfaktor a ist positiv). Der minimale Werte liegt damit im Scheitelpunkt bei: $y = -4$
- e) **Berechnen:** $x - y = 4 \Leftrightarrow \text{für } y = -4 \text{ folgt: } x + 4 = 4 \text{ bzw. } x = 0$
 Einsetzen: $0 * (-4) = 0$