

Zinseszinsformel: Laufzeit berechnen

Die Zinseszinsformel berechnet das Endkapital K_t , das aus einem Startkapital K_0 - nach der Laufzeit t (in Jahren) - bei einer Verzinsung von $p\%$ angewachsen ist:

$$K_t = K_0 * \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t \text{ oder } K_t = K_0 * b^t$$

K_0 = Startkapital/Startguthaben

K_t = Endkapital/Endguthaben/Betrag nach t Jahren

p = Zinssatz in %

$b = \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ = Berechnungsfaktor (Zinsfaktor)

t = Zeitraum der Verzinsung, Laufzeit

1) Berechnung der Laufzeit:

Ein Betrag von 7327,21 € soll zu 5,5% angelegt werden, bis er auf 14.000 € gewachsen ist. Wie lange ist die Laufzeit?

Zur Berechnung muss die Formel umgestellt werden: $K_t = K_0 * \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$

Formel zur Berechnung der Laufzeit:

2) Berechne die fehlenden Werte

	a)	b)	c)
Startkapital	450 €	56000 €	7 €
Zinssatz	12 %	3,25 %	50 %
Laufzeit	Jahre	Jahre	Jahre
Endkapital nach der Laufzeit	793,05 €	82.199,42 €	2043,50 €

Lösungen:

Durch Formelumstellungen lässt sich die Laufzeit berechnen.

$$K_t = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

$$\frac{K_t}{K_0} = b^t \quad | \text{logarithmieren}$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{K_t}{K_0} = \log b^t$$

$$\Leftrightarrow \log \frac{K_t}{K_0} = t \cdot \log b$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log \frac{K_t}{K_0}}{\log b} = t$$

$$\text{Laufzeit: } t = \frac{\log \frac{K_t}{K_0}}{\log b}$$

Mit: K_t = Endkapital nach der Laufzeit in t Jahren

K_0 = Startkapital

b = Wachstumsfaktor bei gegebenem (Zins)Satz $\Rightarrow b = (1 + p\%)$

- 1) Ein Betrag von 7327,21 € soll zu 5,5% angelegt werden, bis er auf 14.000 € gewachsen ist. Wie lange ist die Laufzeit?

$$\text{Berechnung: } t = \frac{\log \frac{K_t}{K_0}}{\log b} \Rightarrow t = \frac{\log \frac{14000}{7327,21}}{\log 1,055} \quad t = 12 \text{ Jahre}$$

2)

	a)	b)	c)
Startkapital	450 €	56000 €	7
Zinssatz	12 %	3,25 %	50 %
Laufzeit	5 Jahre	12 Jahre	14 Jahre
Endkapital nach der Laufzeit	793,05 €	82.199,42 €	2043,50