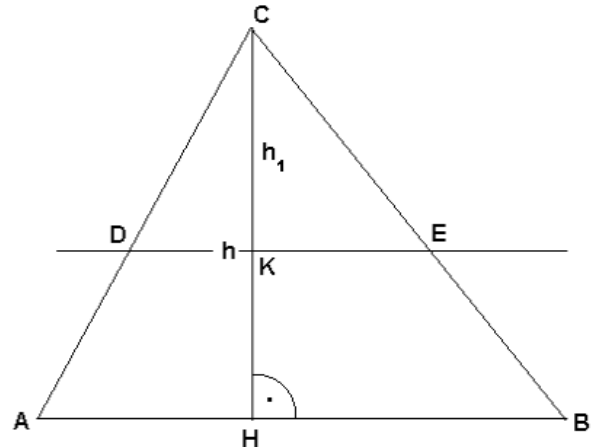


Strahlensätze: schwierigere Aufgaben

- 1) Das Dreieck ABC soll durch eine Strecke DE, die parallel zu AB verläuft in zwei gleich große Teile geteilt werden. In welchem Abstand von der Spitze C aus gemessen muss die Höhe h geteilt werden?

(Tipp: du brauchst die Formel für die Fläche eines beliebigen Dreiecks und eines Trapezes)



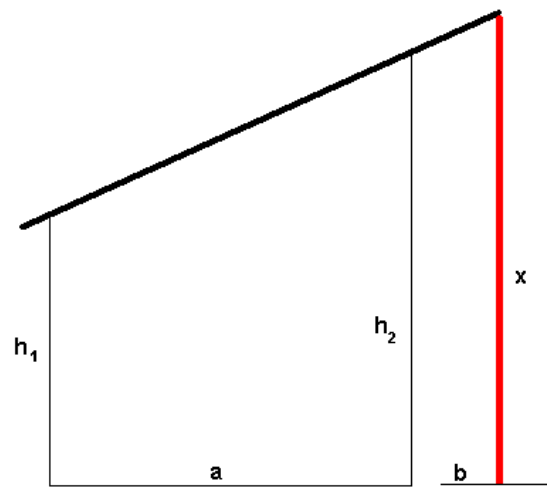
- 2) Die abgebildete Hütte soll abgestützt werden. Wie lang muss der Balken gewählt werden, wenn gemessen wird:

$$a=5,5 \text{ m},$$

$$b=0,4 \text{ m},$$

$$h_1=2,1 \text{ m}$$

$$h_2=2,9 \text{ m}$$



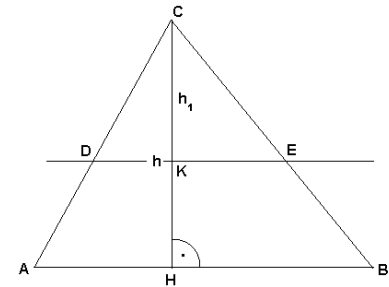
Lösungen:

1) **Gegeben:** Höhe des Dreiecks ABC = h

Höhe des kleinen Dreiecks DEC = h_1

Strecke $\overline{AB} = c$ (\triangleq Basis des großen Dreiecks)

Strecke $\overline{DE} = d$ (\triangleq Basis des kleinen Dreiecks)

**Berechnungen/Formeln:**

Fläche des Dreiecks CDE: $A_1 = \frac{1}{2} d \cdot h_1$

Fläche des Trapez ABED: $A_2 = \frac{c+d}{2} \cdot (h - h_1)$

Aufgabe: Die Flächen des kleinen Dreiecks und des Trapezes sollen gleich groß sein, wie läng muss dann die Höhe h_1 sein?

=> Flächen des kleinen Dreiecks und des Trapezes müssen gleich gesetzt werden

$$A_1 = A_2$$

$$\frac{1}{2} d \cdot h_1 = \frac{c+d}{2} \cdot (h - h_1) \quad | \cdot 2$$

$$d \cdot h_1 = (c+d) \cdot (h - h_1) \quad | \text{ binomische Formeln anwenden}$$

$$d \cdot h_1 = c \cdot h - c \cdot h_1 + d \cdot h - d \cdot h_1$$

Nach dem 2. Strahlensatz gilt $\frac{h_1}{d} = \frac{h}{c}$

$$\Rightarrow c \cdot h_1 = d \cdot h$$

$$\Rightarrow c = \frac{d \cdot h}{h_1}$$

Nun wird c in die erste Gleichung eingesetzt: $d \cdot h_1 = \frac{d \cdot h}{h_1} \cdot h - \frac{d \cdot h}{h_1} \cdot h_1 + d \cdot h - d \cdot h_1$

$$d \cdot h_1 = \frac{d \cdot h^2}{h_1} - d \cdot h + d \cdot h - d \cdot h_1$$

$$d \cdot h_1 = \frac{d \cdot h^2}{h_1} - d \cdot h_1 \quad | + d \cdot h_1$$

$$2 \cdot d \cdot h_1 = \frac{d \cdot h^2}{h_1} \quad | \cdot h_1 : d$$

$$2 \cdot h_1^2 = h^2$$

Wenn das kleine Dreieck und das Trapez den gleichen Flächeninhalt haben sollen, dann müssen die Höhen h und h_1 in folgendem Verhältnis stehen: $2 \cdot h_1^2 = h^2$

2) Berechnung nach dem 2. Strahlensatz:

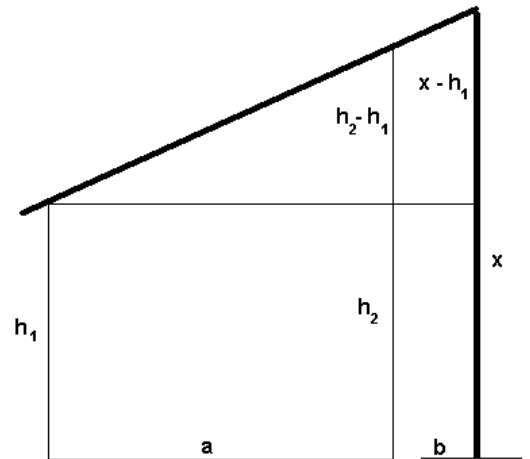
$$\frac{x-h_1}{a+b} = \frac{h_2-h_1}{a} \quad | \cdot (a+b) \quad (=> \text{Nenner entfernen})$$

$$\Leftrightarrow x - h_1 = \frac{(h_2 - h_1)(a+b)}{a} \quad | + h_1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(h_2 - h_1)(a+b)}{a} + h_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2,9 - 2,1)(5,5 + 0,4)}{5,5} + 2,1$$

$$= 2,98\text{m}$$



Quelle: www.mathe-trainer.de/Klasse9/Strahlensaetze/Block5/Aufgaben.htm#Ziel

