

Quadratische Ergänzung: Schema

Die quadratische Ergänzung ist ein Verfahren zum Umformen von Termen, in denen eine Variable quadratisch vorkommt, also zum Bsp. a^2 oder x^2 . Man ermittelt die quadratische Ergänzung z. B. dazu um eine quadratische Gleichung zu lösen

In diesem Verfahren wird der Term so umgeformt, dass die erste oder zweite binomische Formel angewendet werden kann. Ziel ist es, dass am Ende ein quadriertes Binom (zweigliedriger Term) entsteht.

Dieses zweigliedrige Binom nennt man auch die **faktorierte Form** einer quadratischen Funktion

Beispiele: $f(x) = \dots$ bedeutet in Worten: die Funktion von x ist gleich....

- $f(x)=3x^2+6x+7$
- $f(x)=2x^2-4x$
- $f(x)=-x^2+2x$

Hier noch einmal die beiden binomischen Formeln:

$$\begin{array}{lll} 1. \text{ Binomische Formel: } & (a + b)^2 = (a+b)(a+b) & = a^2 + 2ab + b^2 \\ 2. \text{ Binomische Formel: } & (a - b)^2 = (a-b)(a-b) & = a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

Wenn man die erste oder die zweite binomische Formel ausmultipliziert entstehen drei Terme:

- Der **erste** Term ist das Quadrat des ersten Summanden (z.B: a mal a)
- Der **mittlere** oder zweite Term ist das Doppelte aus des Produktes der beiden Summanden (z. B: 2 mal a mal b)
- Der **dritte** Term ist das Quadrat des zweiten Summanden (z. B.: b mal b)

Wie kann man die quadratische Ergänzung finden?

Vorgehensweise:

1. Faktor vor dem x^2 aus den ersten beiden Termen ausklammern (der Term muss die Form: $y = a[x^2 + px + q]$ umgewandelt werden.

$$x^2 + px + q$$
2. Zahl p vor der einfachen Variable (x) herausfinden
3. Die Zahl p wird halbiert und dann quadriert: wir berechnen so den Zahlenwert des **dritten** Terms der binomischen Formel: $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ berechnen
4. Der berechnete Wert aus Schritt 3 wird nun als „Quadratische Ergänzung“ addiert und direkt im Anschluss wieder subtrahiert
5. Aufstellen der Binomischen Formel
6. Zusammenfassen
7. Ausmultiplizieren!

Beispiel: **$2x^2 + 12x + 6$**

- 1.) **Faktor** vor dem x^2 aus den ersten beiden Termen **ausklammern**:

Aus $2x^2 + 12x + 6$ kann man die 2 vor allen Termen ausklammern

- 2.) Zahl **p** vor der einfachen Variablen (mittlerer Term einer binomischen Formel) herausfinden

- 3.) Quadratische Ergänzung **(p/2)²** berechnen:

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 =$$

- 4.) **Ergänzen**: Die 9 wird addiert und direkt im Anschluss wieder subtrahiert:

- 5.) **Binomische Formel** anwenden:

- 6.) **Zusammenfassen** der Terme in der großen Klammer

- 7.) Große **Klammer auflösen**:

$$2x^2 + 12x + 6$$

$$1.) \quad f(x) = 2(x^2 + 6x + 3)$$

$$2.) \quad p = 6$$

$$3.) \quad \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$4.) \quad f(x) = 2(x^2 + 6x + \underbrace{9 - 9}_{+3}) + 3$$

$$5.) \quad f(x) = 2[(x+3)^2 - 9] + 3$$

$$6.) \quad f(x) = 2[(x+3)^2 - 6]$$

$$7.) \quad f(x) = 2(x+3)^2 - 12$$