

Lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten

Idee: aus dem Gleichungssystem mit 3 Variablen wird ein Gleichungssystem mit nur zwei Variablen erzeugt.

$$\text{Gl.1: } 2x + 3y + 4z = 20$$

$$\text{Gl.2: } 3x + 2y + 5z = 22$$

$$\underline{\text{Gl.3: } 4x + 5y + z = 17}$$

1. Schritt:

$$\text{Gl.1: } 2x + 3y + 4z = 20 \quad | \cdot 3$$

$$\underline{\text{Gl.2: } 3x + 2y + 5z = 22} \quad | \cdot 2$$

$$\text{Gl.1: } 6x + 9y + 12z = 60$$

$$\underline{\text{Gl.2: } 6x + 4y + 10z = 44} \quad \text{Gl.1 minus Gl. 2 = Gl.1'}$$

$$\text{Gl.1'}: 0x + 5y + 2z = 16$$

2. Schritt:

$$\text{Gl.1: } 2x + 3y + 4z = 20 \quad | \cdot 2$$

$$\underline{\text{Gl.3: } 4x + 5y + z = 17}$$

$$\text{Gl.1: } 4x + 6y + 8z = 40$$

$$\underline{\text{Gl.3: } 4x + 5y + z = 17} \quad \text{Gl.1 minus Gl. 3 = Gl. 2'}$$

$$\text{Gl.2': } 0x + y + 7z = 23$$

3. Schritt:

$$\text{Gl.1': } 5y + 2z = 16$$

$$\underline{\text{Gl.2': } y + 7z = 23} \quad | \cdot 5$$

$$\text{Gl.1': } 5y + 2z = 16$$

$$\underline{\text{Gl.2': } 5y + 35z = 115} \quad \text{Gl.1' minus Gl.2' = Gl.3'}$$

$$\text{Gl.3': } -33z = -99$$

$$z = 3$$

$$\text{4. Schritt: } z \text{ wird eingesetzt z. B. in Gl. 2': } y + 7 \cdot 3 = 23 \Leftrightarrow y = 2$$

$$y \text{ wird eingesetzt z. B. in Gl. 1: } 2x + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 20 \Leftrightarrow x = 1$$

$$L = (1, 2, 3)$$

Weiter Übungen:

a) Gl.1: $2x + 3y - z = 11$

Gl.2: $x - y + 2z = 3$

Gl.3: $3x - 2y + 3z = 8$

b) Gl.1: $x + 2y + 3z = 16$

Gl.2: $2x + y + 4z = 19$

Gl.3: $3x + 4y + z = 26$

c) Gl.1: $7x + 6y + 7z = 100$

Gl.2: $x - 2y + z = 0$

Gl.3: $3x + y - 2z = 0$

d) Gl.1.: $3x - 2y + 5z = 13$

Gl.2.: $-x + 3y + 4z = -1$

Gl.3: $5x + 6y - z = 3$

Lösungen:

a) Gl.1: $2x + 3y - z = 11$

Gl.2: $x - y + 2z = 3$

Gl.3: $3x - 2y + 3z = 8$

$L = (3, 2, 1)$

b) Gl.1: $x + 2y + 3z = 16$

Gl.2: $2x + y + 4z = 19$

Gl.3: $3x + 4y + z = 26$

$L = (4, 3, 2)$

c) Gl.1: $7x + 6y + 7z = 100$

Gl.2: $x - 2y + z = 0$

Gl.3: $3x + y - 2z = 0$

$L = (3, 5, 7)$

d) Gl.1.: $3x - 2y + 5z = 13$

Gl.2.: $-x + 3y + 4z = -1$

Gl.3: $5x + 6y - z = 3$

$L = (2, -1, 1)$